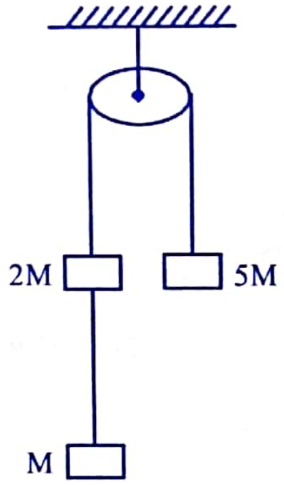
Ruwan Darshana
B.Sc. (Hons)

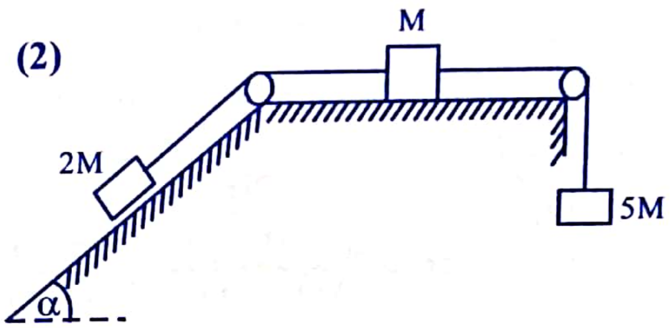
A

01. පහත පද්ධති නිශ්චලතාවයෙන් අත්හරී. තන්තුවේ හෝ තන්තුවල ආතති සොයන්න.

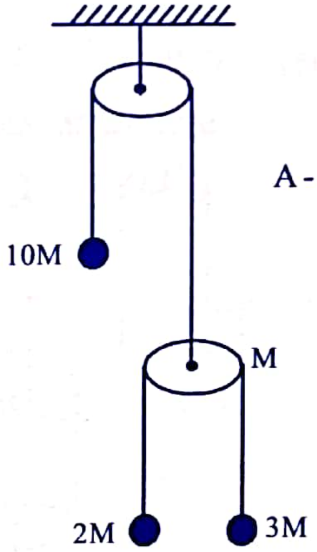
(1)



(2)

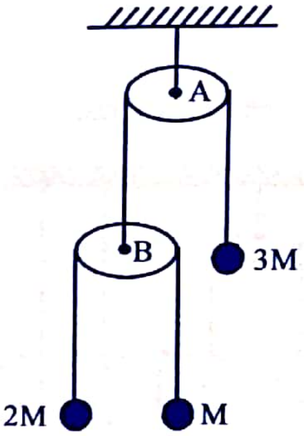


(3)



A - අචල කප්පියකි.

(4)



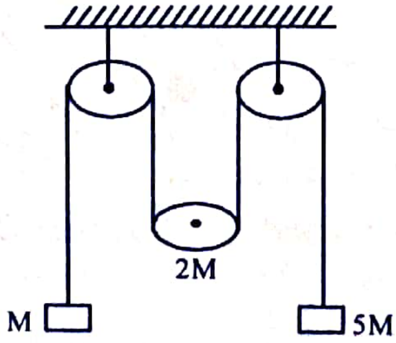
A - අචල කප්පියකි.

B - සැහැල්ලු සචල කප්පියකි.

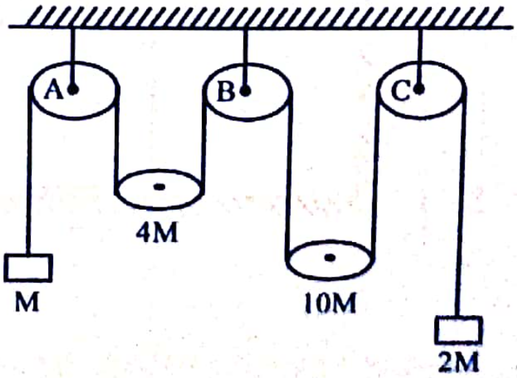
B

02. පහත පද්ධති නිශ්චලතාවයෙන් අත්හරී. තන්තුවේ හෝ තන්තුවල ආතති සොයන්න.

(5)

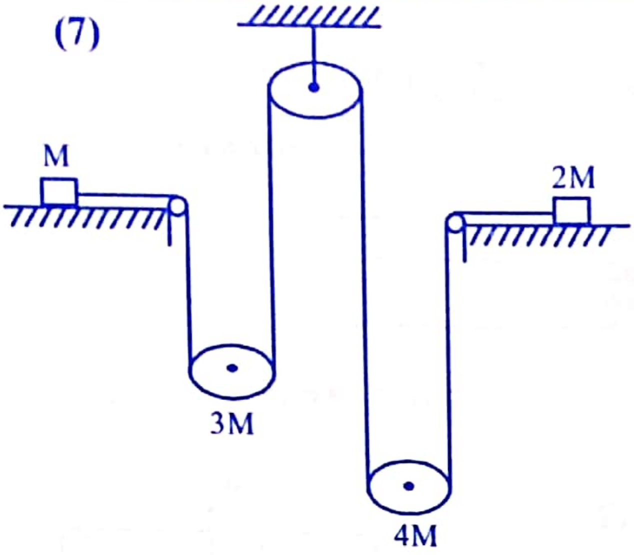


(6)

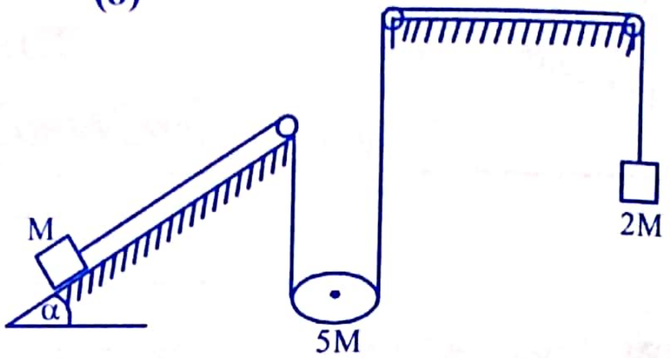


Scanned with CamScanner

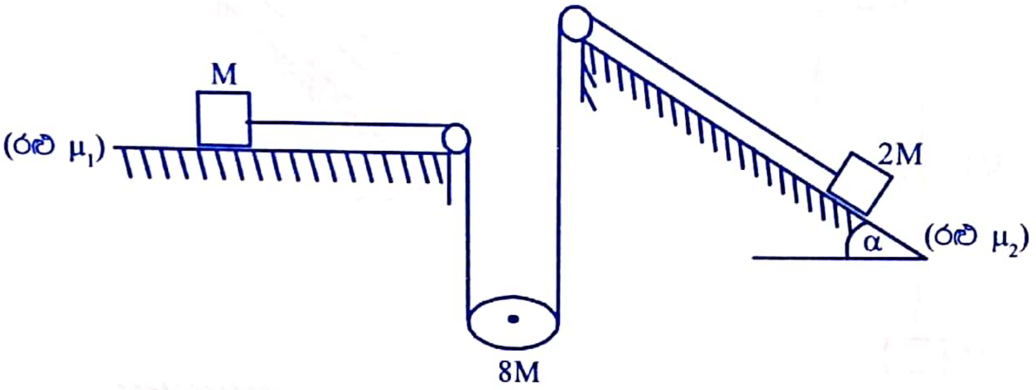
(7)



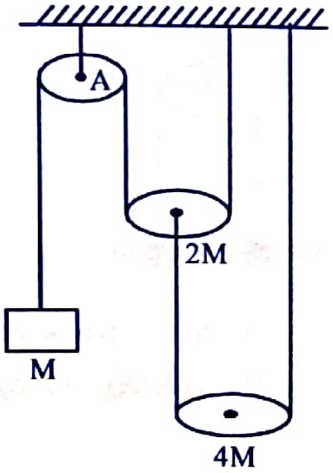
(8)



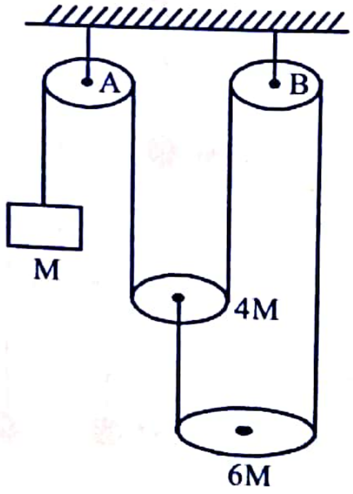
(9)



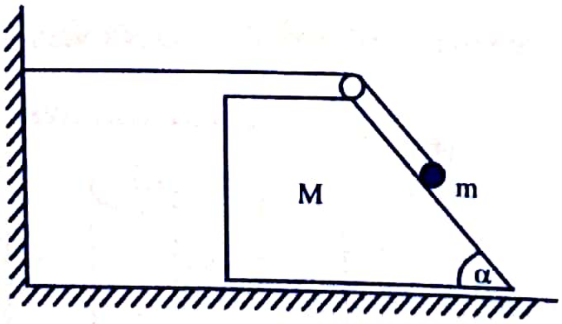
(10) A - අචල කප්පියකි.



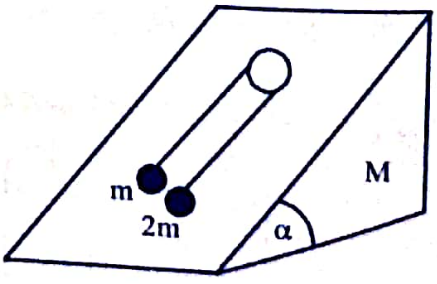
(11) A , B අචල කප්පි 2 කි.



(12)



(13)

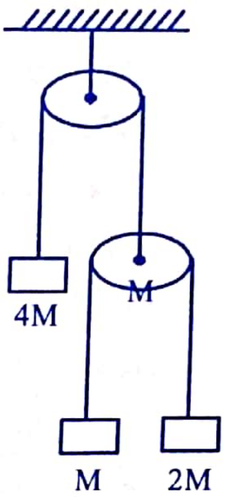


[කුඤ්ඤය චලනය වීමට නිදහස්ය.]

Scanned with CamScanner

C

(14) සැහැල්ලු ලණුවක් මගින් සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් සීලිමෙන් එල්ලා තිබේ. මෙම කප්පිය උඩින් යැවූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවෙක එක් කෙළවරෙකට 4m ස්කන්ධයෙන් යුතු අංශුවක් ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවරෙහි m ස්කන්ධයෙන් යුතු දෙවැනි සුමට කප්පියක් ඈඳා ඇත. දෙවැනි කප්පිය උඩින් යැවූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යස්ථ තවත් තන්තුවක එක් කෙළවරක් m ස්කන්ධයක් ද අනෙක් කෙළවරෙහි 2m ස්කන්ධයක් ද එල්ලා තිබෙයි. ආරම්භයේදී රූප සටහනින් දැක්වෙන ආකාරයට පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් තබා ඉන්පසු මුදාහරිනු ලැබේ. වඩා ම බර අංශුව $\frac{g}{23}$ ත්වරණයෙන් පහත බසින බව පෙන්වා අනෙකුත් අංශුවල ත්වරණ සොයන්න. සීලිම මත ඇදිල්ල ද සොයන්න.

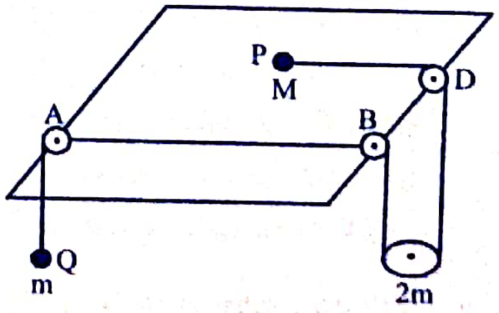


(1988 A/L)

(15) සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක්, සෝපානයක සිවිලිමට සවිකරන ලද සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර, තන්තුවේ දෙකෙළවර ස්කන්ධ m සහ Km $(K > 1)$ වූ අංශු දරයි. සෝපානය F නියත ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහළට චලනය වීමට සලස්වනු ලබන අතර, එම වේලාවේම, අංශු නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබෙයි. සෝපානයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුවේත් ත්වරණය සොයා, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{2Km}{k+1}(g+F)$ බව පෙන්වන්න. වඩා බර අංශුව නිශ්චලතාවයෙහි තිබෙන පරිදි F හි අගය සොයන්න. *(2007 A/L)*

(16) ස්කන්ධ පිළිවෙලින් M_1 හා M_2 වූ A හා B සුමට කප්පි දෙකක් සිරස් ලුහු දඬු දෙකක් මගින් සීලිමකට සවිකර ඇත. රූපයෙහි දැක්වෙන පරිදි ලුහු, අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් A, B හා ස්කන්ධය M_3 වූ චලනය විය හැකි සුමට C කප්පියක් වටා යන අතර, තන්තුවෙහි දෙකෙළවරට m_1 හා m_2 ස්කන්ධ සහිත අංශු දෙකක් ඈඳා ඇත. තන්තුවෙහි කප්පි සමග ස්පර්ශ නොවන කොටස් සිරස් වෙයි. තන්තුවෙහි ආතතිය $\frac{4m_1m_2M_3g}{4m_1m_2 + M_3(m_1 + m_2)}$ බව පෙන්වා, පද්ධතිය මගින් සීලිම මත ඇතිකෙරෙන බලය සොයන්න.

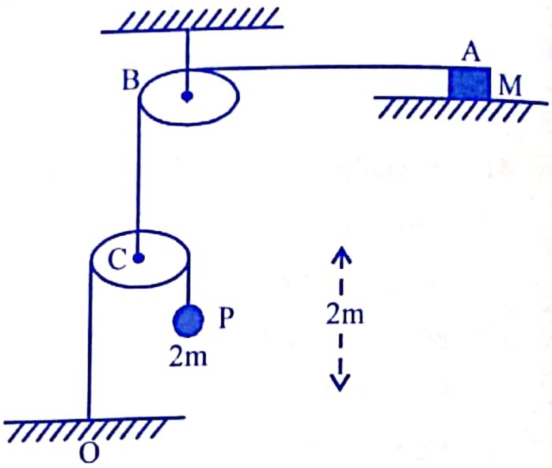
(17) සුමට තිරස් මේසය මත Mkg අංශුව තබා එයට ඈඳූ අවිතන්‍ය තන්තුව මේස දාරයේ D සුමට කප්පිය වටා දමා සචල සුමට C කප්පිය වටා දමා අචල මේස දාරයේ සුමට B කප්පිය වටා දහා මේසයේ අනෙක් දාරයේ A වටා දමා සිරස්ව එල්ලෙන Q ට අනෙක් කෙළවර සවිකර ඇත. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදාහල විට අංශුවල ත්වරණ සොයා තන්තුවේ ආතතිය $\frac{3m\,Mg}{3M+m}$ බව පෙන්වන්න.



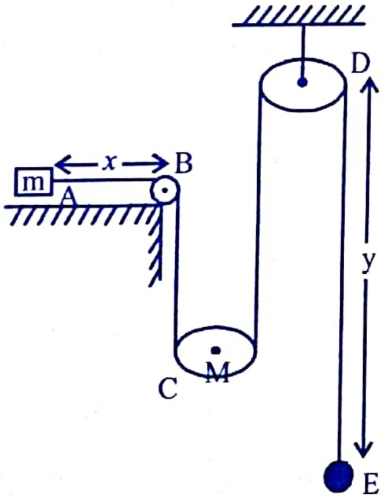
Scanned with CamScanner

(18) සුමට තිරස් තලය මත ස්කන්ධය Mkg වන A වස්තුව තබා එයට ඈඳූ අවිතන්‍ය තන්තුව B අචල සුමට කප්පිය වටා දමා අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m kg වන C කප්පියට සවිකර ඇත. පොළවේ අචල O ට සවිකල අවිතන්‍ය තන්තුව සුමට C වටා දමා අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය 2m kg වන P අංශුව සවිකර ඇත. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදාහරින විට, පොළවේ සිට P ට උස 2m වේ. අංශුවල ත්වරණ හා තන්තුවල ආතති සොයන්න. P පොළවට ඒමට කාලය

$$\sqrt{\frac{2(9m+M)}{5mg}}$$ බව පෙන්වන්න.



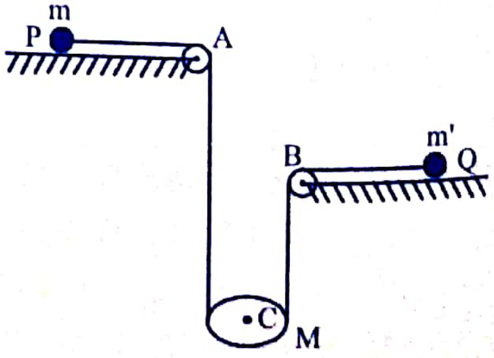
(19) රූප සටහනින් නිරූපණය වන්නේ, අචල සුමට තිරස් මේසයක් මත වන m ස්කන්ධයෙන් යුත් A වස්තුවක් m' ස්කන්ධයෙන් යුත් E අංශුවත් යා කැරෙන ABCDE ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුව සමග කුඩා කප්පිවල සැකසුමකි. B හා D යන අචල සුමට කප්පි උඩින් තන්තුව යවා ඇත. C යනු තන්තුවේ කොටස් දෙක මගින් දරා සිටින ස්කන්ධය M වන සචල කප්පියකි. තන්තුවේ AB කොටස තිරස් වන අතර BC, CD හා DE කොටස් සිරස් ය. t කාලයේ දී පිළිවෙලින් AB හා DE කොටස් වල දිග x ද y ද නම් m, m' හා M ස්කන්ධ සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



තන්තුවේ T ආතතිය $T = \left[\frac{4}{M} + \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right] = 3g$ යන්නෙන් ලැබෙන බව අපෝහනය කරන්න. ඒ නයින් $\frac{2}{M} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}$ නම් C කප්පිය ස්ථාවර ව පවතින බව පෙන්වන්න.

(1991 A/L)

(20) ස්කන්ධය m kg වන P අංශුව රළු ඝර්ෂණ සංගුණකය වන μ තිරස් තලය මත තබා ඇත. එයට ඈඳූ අවිතන්‍ය තන්තුව තලය කෙළවර සුමට A අචල කප්පිය වටා දමා, ස්කන්ධය M kg වන සුමට සචල C කප්පිය වටා දමා ඉන්පසු අචල සුමට B කප්පිය වටා දමා ඝර්ෂණ සංගුණකය μ' වන රළු තිරස් තලය මත ස්කන්ධය m' වන Q අංශුවට සවිකර ඇත.



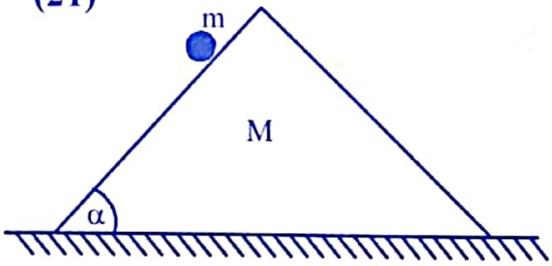
පද්ධතිය නිසලතාවයේ මුදාහරිනු ලැබේ. තන්තුවේ ආතතිය හා P, Q අංශුවල ත්වරණ සොයන්න. පද්ධතිය මෙම ආකාරයට චලිතවේ නම් $\frac{4}{M} + \frac{1}{m'} < \frac{2+\mu}{\mu m}$ හා $\frac{4}{M} + \frac{1}{m} < \frac{2+\mu'}{\mu' m'}$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

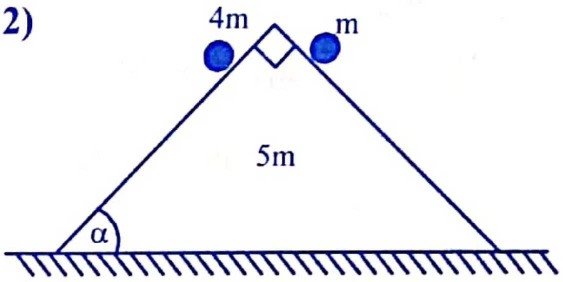
D

03. පහත පද්ධති නිශ්චලතාවයෙන් අත්හරී. කූඤ්ඤයේ ත්වරණය සොයන්න.

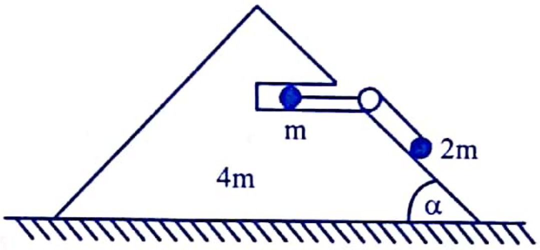
(21)



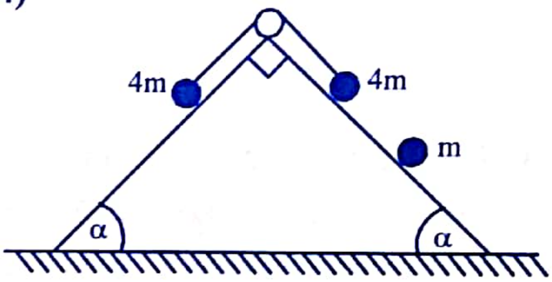
(22)



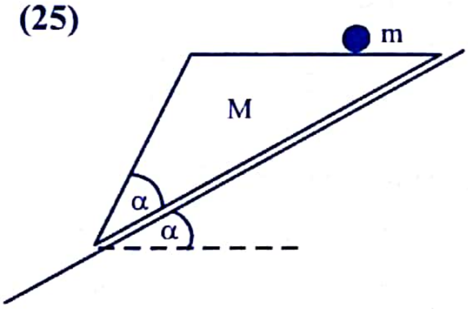
(23)



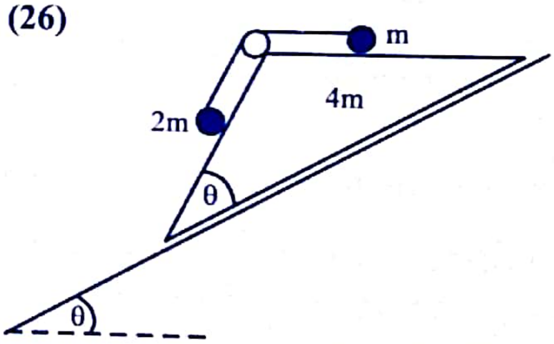
(24)



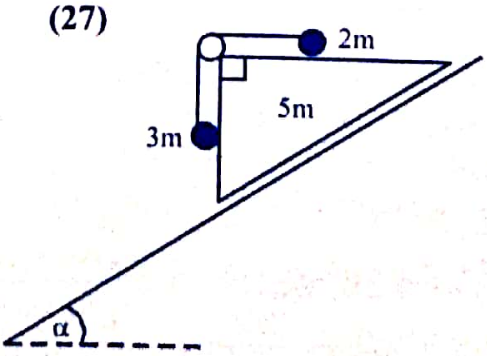
(25)



(26)



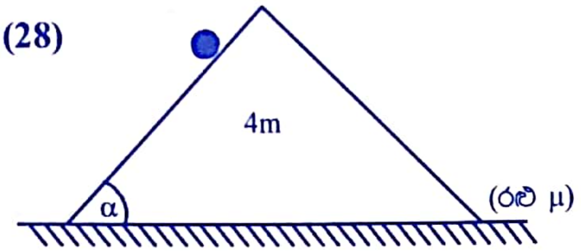
(27)



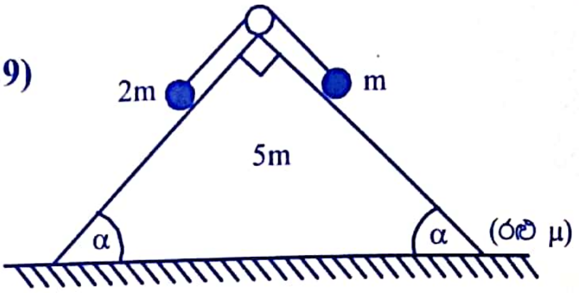
E

04. පහත රළු පෘෂ්ඨ මත තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් අත්හරී. කුඤ්ඤයේ ත්වරණය සොයන්න.

(28)



(29)



(30) ස්කන්ධය M kg වන කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් තලය මත ඇත. α ආනත AB මුහුණතේ A හි m අංශුව තබා ඇත. කුඤ්ඤය මත තිරස් 4mg N බලය අංශුව AB දිගේ ඉහළ නගින සේ යොදා ඇත. $\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{4m}{m+M}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(31) තිරස් සුමට මේසයක් මත සිටුවා ඇති කුඤ්ඤයක සුමට බෑවුම් මුහුණත සමග ස්කන්ධය m වන අංශුවක් ස්පර්ශව පවතී. කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධය M වන අතර බෑවුම් මුහුණත තිරසට α කෝණයකින් ආනත වේ. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරී නම් කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{mg \sin\alpha \cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න. කුඤ්ඤයේ මුහුණත ඔස්සේ s දුරක් අංශුව චලනය වන කාලය තුලදී කුඤ්ඤය d දුරක් චලනය වේ නම් $\left(1 + \frac{M}{m}\right) d = s \cos\alpha$ බව පෙන්වන්න.

කුඤ්ඤය සහ මේසය අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{M(M+m)g}{M + m\sin^2\alpha}$ බව ද පෙන්වන්න. *(1989 A/L)*

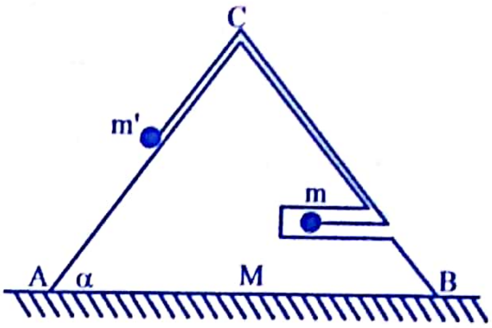
(32) රළු තිරස් මේසයක් ස්කන්ධය 5m වන අංශුවක් ඇත. ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. අංශුවට එක් කෙළවරක් ඈඳූ අවිතන්‍ය සැහැල්ලු තන්තුව මේස දාරයේ ඇති සුමට කප්පිය උඩින් දමා අනෙක් කෙළවර සුමට සැහැල්ලු A කප්පිය සවිකර ඇත. A වටා අවිතන්‍ය තන්තුවේ දෙකෙළවර 3m, 2m අංශු සවිකර ඇත. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදාහරිමු. මේසය මත අංශුවේ ත්වරණය $\frac{(24-25\mu)g}{49}$ බව පෙන්වන්න. $\mu < \frac{24}{25}$ බව අපෝහනය කරන්න. තන්තුවේ ආතතිය ලබාගන්න.

(33) M ස්කන්ධයෙන් හා $\alpha \left(< \frac{\pi}{2}\right)$ ආනතියෙන් යුත් කුඤ්ඤයක් රළු තිරස් තලයක තබා ඇත. මෙහි ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. m (≥ M) ස්කන්ධයෙන් යුත් සුමට අංශුවක් වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ, කුඤ්ඤයේ මුහුණතෙහි කෙළින් ම ඉහළට V ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. කුඤ්ඤය චලනය වෙයි නම්, එහි ත්වරණය $\left[\frac{M\cos\alpha \sin(\alpha-\lambda) - M\sin\lambda}{M\sin\alpha \sin(\alpha-\lambda) + M\cos\lambda}\right]$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\mu = \tan\lambda$ ද $0 \le \lambda < \alpha$ ද වෙයි. අංශුව ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය වෙත ආපසු ඒමට ගන්නා කාලය සොයන්න.

(1993 A/L)

Scanned with CamScanner

(34) කේන්ද්‍රික හරස්කඩය ABC ත්‍රිකෝණයක් වන M ස්කන්ධයක් ඇති සුමට කුඤ්ඤයක් AB හරහා මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක් ස්පර්ශ කරමින් නිශ්චලව පවතී. $B\hat{A}C = \alpha$ ABC තලයෙහි BC පාදයේ සිට AB සමාන්තරවන ලෙස කුඩා විෂ්කම්භයක් ඇති සුමට සිදුරක් විදිනු ලැබෙයි.



ස්කන්ධයට m වන අංශුවක් එම සිදුරෙහි තබා එය C ශීර්ෂය වටා ඇද තිබෙන අවිතන්‍ය තන්තුවකින් AC පාදය මත තිබෙන m' වන අංශුවට සම්බන්ධකර මුළු පද්ධතියම සෙමෙන් අතහරිනු ලැබේ. $m > m' \cos\alpha$ නම්, කුඤ්ඤය BA දිශාව ඔස්සේ එම අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශාව ඔස්සේ චලනය වන බව ඔප්පු කරන්න. m හි ත්වරණය සොයන්න.

(1967 A/L)

(35) සුමට තිරස් තලයක චලිත වීමට නිදහස්ව ඇති ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක් නිසලතාවයේ පිහිටයි. කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණත තිරස් තලය සමග α කෝණයක් තනයි. කුඤ්ඤයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් ඇති සිරස් තලයේ පිහිටි වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව දිගේ සුමට ආනත තලයේ උඩට තිරස්තලයේ සිට h උපරිම උසකට ළඟාවීමට යන්තම් අවශ්‍ය වේගයකින් කුඤ්ඤයේ පතුලේ සිට m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අවශ්‍ය ප්‍රක්ෂේපණ වේගය සොයා අංශුව ආපසු කුඤ්ඤයේ පාදයට පැමිණි විට කුඤ්ඤය ගමන්කර ඇති තිරස් දුර $\dfrac{4mh\cot\alpha}{(m+M)}$ බව පෙන්වන්න.

(1970 A/L)

(36) ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර කුඤ්ඤයක කේන්ද්‍රික හරස්කඩ ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි. $A\angle = B\angle = \alpha$. AB සුමට තිරස් මේසයක් සමග ස්පර්ශ වන ලෙස කුඤ්ඤය නිශ්චලව පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් A සිට AC ඔස්සේ u වේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන්නේ එය යන්තම් C ශීර්ෂය කරා එළැඹෙන ලෙසය. $u^2 = \dfrac{2gh\,(M+m)}{m + m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි h, AB ට උඩින් C වල උස වේ. එවිට අංශුව සීරුවෙන් C ශීර්ෂය උඩින් ගොස් කුඤ්ඤයෙහි අනෙක් මුහුණත දිගේ සර්පණය වේ. අංශුව B කරා එළැඹෙන විට කුඤ්ඤයෙහි සිට එහි ආරම්භක ස්ථානය දක්වා දුර සොයන්න.

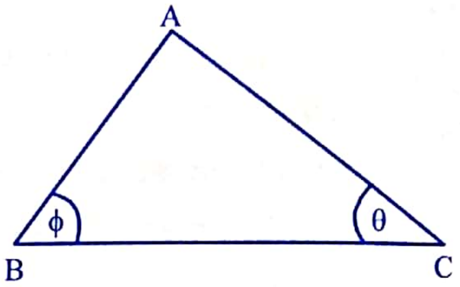
(1974 A/L)

(37) M ස්කන්ධයෙන් ද h උසින් ද $\alpha\left(<\dfrac{\pi}{2}\right)$ ආනතියෙන් ද යුත් කුඤ්ඤයකට, ආරෝහකයක (ඔසොවිචක) විශාල සුමට තිරස් බිමක් මත, එහි දාරයට ලම්බ දිශාවක් ඔස්සේ චලනය වීමට නිදහස ඇත. ආරෝහකය a නියත ත්වරණයෙන් ඉහළ නගියි. kM $(k \geq 1)$ ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක්, කුඤ්ඤයේ පහළ දාරයෙන් ආරම්භ කර එහි මුහුණත දිගේ ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කැරෙන්නේ v ප්‍රවේගයෙනි. අංශුවේ චලිතය සිදුවන්නේ කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණතේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, ඕනෑම වේලාවක දී කුඤ්ඤයත්, අංශුවත් අතර R ප්‍රතික්‍රියාව $R = \dfrac{kM\,(g+a)\cos\alpha}{1 + k\sin^2\alpha}$ යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

$V > \left[\dfrac{2(1 + k)(g + a)h}{1 + k\sin^2\alpha}\right]^{\frac{1}{2}}$ නම් අංශුව ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණෙන්නේ නැති බව සාධනය කරන්න. ඕනෑම වේලාවකදී කුඤ්ඤයත්, ආරෝහකයේ බිමත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව කිමෙක්ද? *(1995 A/L)*

(38) රූප සටහනෙහි දැක්වෙන්නේ, තිරසට පිළිවෙලින් ϕ සහ $\theta(\sin 2\phi > \sin 2\theta)$ කෝණවලින් ආනත වූ AB සහ AC සුමට මුහුණත් දෙකක් සහිත ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක ABC සිරස් හරස්කඩකි.



එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ P සහ Q අංශු දෙකක්, පිළිවෙලින් AB සහ AC ඔස්සේ පහළට ලිස්සා යයි. කුඤ්ඤය සවිකොට ඇත්නම්, P හි සහ Q හි ත්වරණ සොයන්න.

කුඤ්ඤය සුමට නම් හා සුමට අචල තිරස් තලයක් මත එයට නිදහසේ චලනය විය හැකි නම්, තලයට සාපේක්ෂව කුඤ්ඤයේත් අංශුවලත් ත්වරණ නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණ ලියන්න.

කුඤ්ඤය $\dfrac{mg(\sin 2\phi - \sin 2\theta)}{2[M + m(\sin^2\theta + \sin^2\phi)]}$ ත්වරණයකින් චලනය වන බව පෙන්වන්න.

$\theta = \phi$ විට, කුඤ්ඤය ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් චලනය වන බව පෙන්වා, ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ P හි සහ Q හි ත්වරණ සොයන්න. *(2003 A/L)*

(39) ප්‍රිස්මයක කේන්ද්‍රික හරස්කඩ ABC ත්‍රිකෝණයකි. $\angle ACB = \dfrac{\pi}{2}$ ද $\angle CAB = \alpha\left(> \dfrac{\pi}{4}\right)$ ද වේ. $AB = a$ ද වේ. M ස්කන්ධයෙන් යුත් ප්‍රිස්මය එහි AB පෘෂ්ඨය සුමට තිරස් මේසයක් සමග ස්පර්ශ වන සේ නිශ්චලතාවයේ පවතී. එක එකක ස්කන්ධය m වූ සමාන අංශු දෙකක් උසම C ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා ප්‍රිස්මයේ CA, CB සුමට පාද දිගේ පහළට රූටා යන්නට (සර්පනය වන්නට) සලසනු ලැබේ. ප්‍රිස්මය $\dfrac{2a}{g}\cot\alpha$ කාලයක් තුළ නිශ්චලතාවයෙහි පවතින බවද ඉන්පසුව $\dfrac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\cos^2\alpha}$ ත්වරණයකින් චලනය වන බවද පෙන්වන්න. *(1981 A/L)*

(40) සුමට කුඤ්ඤයක කේන්ද්‍රික හරස්කඩ ABC වේ. මෙහි $A\hat{B}C = \alpha$ වේ. මෙම කුඤ්ඤය සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ AB මුහුණත මේසයක් ස්පර්ශ කරන අන්දමිනි. BC මුහුණතේ පාමුල බර අංශුවක් තබා ඇත. කුඤ්ඤය AB දිශාවට f නියත ත්වරණයෙන් චලිත වීමට සලස්වනු ලැබේ. අංශුව BC මුහුණත දිගේ ඉහළ නගින්නේ නම් $f > g\tan\alpha$ බව පෙන්වන්න.

(41) සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇති කුඤ්ඤයක ආනත මුහුණත මත ස්කන්ධය m වන සුමට අංශුවක්, එය ස්පර්ශ කරමින් තබා ඇත. කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධය M ද, කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණත තිරසට α කෝණයක් ආනතද වේ. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදාහැරියේ නම්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය, තිරසට $\tan^{-1}\left[\left(1 + \dfrac{m}{M}\right)\tan\alpha\right]$ කෝණයෙන් දිශාවට වන බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

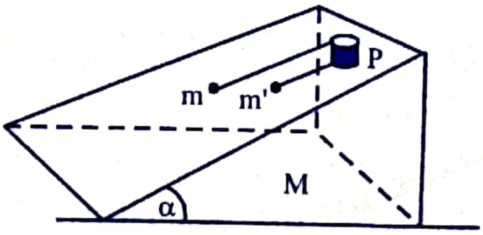
(42) ස්කන්ධය M වූ සුමට ABC කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් තලයක පිහිටයි. කුඤ්ඤයේ AB මුහුණත තිරසට α කෝණයක් සාදන අතර එම තලය මත m ස්කන්ධයක් තබා ඇත. කුඤ්ඤය මත P තිරස් බලයක් B හිදී යොදයි. (මෙම බලය කුඤ්ඤයේ පහළම දාරයට ලම්භක වේ.) පද්ධතිය නිසලව තබා අතහැරිය විට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{P + mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ බව සාධනය කරන්න.

(43) සමපාද ත්‍රිකෝණික හරස්කඩක් සහිත සුමට කුඤ්ඤයක් තිරස් මේසයක් මත පිහිටයි. එම කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණතේ පාමුල අංශුවක් තිබෙයි. 3g නියත ත්වරණයක් සහිතව කුඤ්ඤය මේසය දිගේ චලනය වීමට සලස්වනු ලැබේ. මෙහි g යනු ගුරුත්වජ ත්වරණයයි. අංශුව කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණත දිගේ ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න.

(44) ස්කන්ධය m වූ සුමට කුඤ්ඤයක කේන්ද්‍රික හරස්කඩ $B\hat{A}C = \alpha$ වූ ත්‍රිකෝණයකි. මෙය සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ AB තිරස් මේසය ස්පර්ශ කරන අන්දමිනි. AC මුහුණත පාමුල ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා ඇත. කුඤ්ඤය මත BA දිශාවට mg ට සමාන තිරස් බලයක් යොදනු ලැබූ විට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{g(2 - \sin 2\alpha)}{3 - \cos 2\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(45) α ආනතියෙන් යුත් සුමට කුඤ්ඤයක් සුමට මේසයක් මත තබා තිබෙයි. දෙකෙළවරට m හා m' (m > m') ස්කන්ධ ඈඳූ 2l දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කුඤ්ඤයේ α ආනත මුහුණතින් නෙරා තිබෙන කුඩා සුමට P නා දැත්තක් වටා යවා ඇත. අංශු කුඤ්ඤයේ මුහුණත සමග ස්පර්ශ වෙමින් පවතියි. ආරම්භයේදී අංශු එකක් අනෙකට ආසන්නව ද නාදැත්තේ සිට l දුරකින් පිහිටන පරිදි ද තබා තිබෙයි. තන්තුවේ කොටස් තදව පවතියි. මෙහි කුඤ්ඤයේ M ස්කන්ධයයි. m' නාදැත්ත වෙත පැමිණෙන විට කුඤ්ඤය $\dfrac{l(m - m')\cos\alpha}{M + m + m'}$ දුරක් විස්ථාපනය වී ඇති බව පෙන්වන්න.

(46) α ආනතියෙන් යුත් සුමට කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා තිබෙයි. දෙකෙළවරට m හා m' (m > m') ස්කන්ධ ඈඳූ ඈඳූ 2l දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක්, කුඤ්ඤයේ ඉහළ ආනත මුහුණතින් නෙරා තිබෙන කුඩා සුමට P නාදැත්තක් වටා යවා ඇත.



අංශු, කුඤ්ඤයේ මුහුණත සමග ස්පර්ශ වෙමින් පවතියි. ආරම්භයේ දී, අංශු එකක් අනෙකට ආසන්නව ද නාදැත්තේ සිට l දුරකින් පිහිටන පරිදි ද තබා තිබෙයි.

තන්තුවේ එක් එක් කොටස නොබුරුල් ව ද ආනත මුහුණතේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවක ද පිහිටා ඇත. බරින් අඩු අංශුව නාදැත්ත වෙතට ඒමට පෙර කුඤ්ඤයේ ත්වරණය

$$\frac{(m - m')^2 g\sin\alpha\cos\alpha}{M(m + m') + 4mm' + (m - m')^2 \sin^2\alpha}$$ බව සාධනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

මෙහි M යනු කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධයයි. (P නාදැත්තේ සිට කුඤ්ඤයේ පහළ දාරය තෙක් දුර $2l$ ට වැඩි බව උපකල්පනය කළ යුතුය.) බිරින් අඩු m' අංශුව P නාදැත්ත වෙත පැමිණෙන විට කුඤ්ඤය $\dfrac{l\,(m - m')\cos\alpha}{M + m + m'}$ දුරක් මේසය මත ගමන් කර ඇති බව අපෝහනය කරන්න.

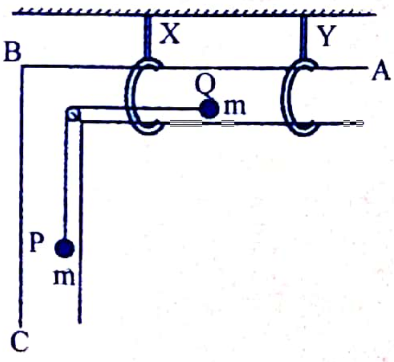
(1992 A/L)

F

(47) α කෝණය සහිත සුමට කුඤ්ඤයක් තිරස් මේසයක් මත පිහිටයි. එම කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණතේ පාමුල අංශුවක් තිබෙයි. F නියත ත්වරණයක් සහිතව කුඤ්ඤය මේසය දිගේ චලනය වීමට සළස්වනු ලැබේ. $F > g\tan\alpha$ නම් අංශුව කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණත දිගේ නගින බව ඔප්පු කරන්න. කුඤ්ඤය මේ අන්දමට T කාලයක් චලනය වී ඉන්පසු නියත ප්‍රවේගයකින් චලනය වෙයි. $T = \left[\dfrac{2gh\sec\alpha}{F\,(F\cos\alpha - g\sin\alpha)}\right]^{\frac{1}{2}}$ නම්, අංශුව තලය දිගේ h සිරස් උසකට යම්තම් ළඟාවන බව පෙන්වන්න.

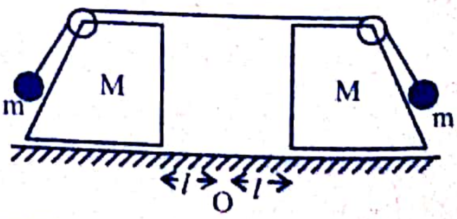
(1990 A/L)

(48) ස්කන්ධය M වූ තුනී ABC සුමට තලයක් B හිදී සෘජුකෝණීව නමා ඇත. AB කොටස තිරස් වේ. එය X, Y යන සුමට වළලු දෙකින් දරා ඇත. ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ඈඳා ඇති P, Q ස්කන්ධය m බැගින් වන අංශු දෙක BC, AB කොටස් මත චලිත වේ. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. P අංශුවේ ත්වරණයේ සිරස් හා තිරස් සංරචක $\dfrac{(2m + M)\,g}{2M + 3m}$ හා $\dfrac{mg}{2M + 3m}$ බව සාධනය කරන්න. තන්තුවේ ආතතියද අංශු මත ප්‍රතික්‍රියාද සොයන්න.



(1961 A/L)

(49) රජගෙදර ගේට්ටුවක හරස්කඩය රූපයේ දැක්වේ. එය Mkg හා mkg ස්කන්ධ ඇති සමමිතික කොටස් දෙකකින් යුක්ත වේ. ගේට්ටුව ඇරී ඇති විට ඇතුල්වීමට ඇති ඉඩ ප්‍රමාණයේ දිග $2l$m වේ.

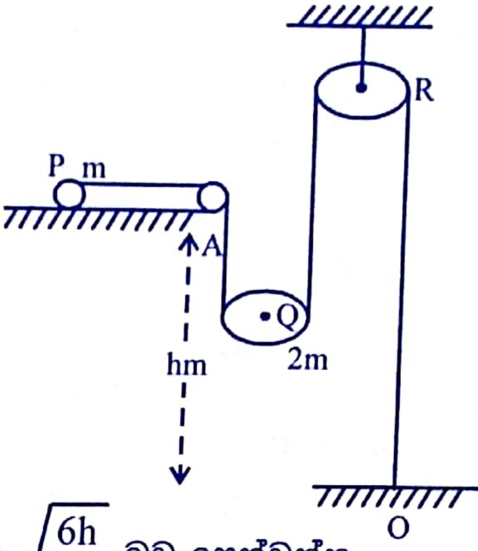


පද්ධතිය මුදාහළ විට ගේට්ටුව වැසීමට කාලය $2l\sqrt{\dfrac{M + 2m\,(1 - \cos\alpha)}{mg\sin\alpha}}$ බව පෙන්වන්න.

ගේට්ටුව මුදුනේ ඇති තන්තුවේ ආතතිය $\{M + m\,(1 - \cos\,)\}\dfrac{mg\sin\alpha}{M + 2m\,(1 - \cos\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

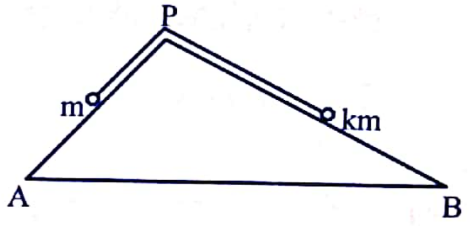
(50) ස්කන්ධය mkg වන P අංශුව සුමට තිරස් තලය මත තබා එයට ඈඳූ අවිතන්‍ය තන්තුව A අචල කප්පිය මතින් දමා සිරස්ව එල්ලෙන සුමට ස්කන්ධය 2mkg වන Q කප්පිය යටින් දමා අචල සුමට R කප්පිය මතින් දමා අනෙක් කෙළවර පොළවේ අචල O ට සවිකර ඇත. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් Q කප්පිය A හි සිට මුදාහරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිතික නියමය යෙදීමෙන් P හි ත්වරණය $\frac{2g}{3}$ බව පෙන්වන්න.



තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. Q පොළවට පැමිණීමය කාලය $\sqrt{\frac{6h}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

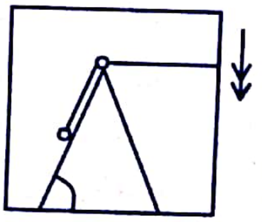
(51) ස්කන්ධය m_1 හා m_2 වන වස්තු දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඒවාට රූපයේ පරිදි සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් අමුණා ඇත. මේසයෙන් පහලට වැටුණු තන්තුවේ පුඩුවේ ස්කන්ධය M වන සුමට කප්පියක් දරා ඇත. පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදාහැරිය විට තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

(52) රූපයේ දැක්වෙන්නේ තිරසට පිළිවෙලින් 60^0 හා 30^0 කෝණ වලින් ආනත වූ PA හා PB සුමට මුහුණත් දෙකක් සහිත කුඤ්ඤයක PAB සිරස් හරස්කඩකි. ස්කන්ධය m හා km වූ අංශු දෙකක් PA හා PB මුහුණත් මත තබා ඇත්තේ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් යා කර P හි වූ අචල සුමට කප්පියක් උඩින් තන්තුව වැටී ඇති සේය.



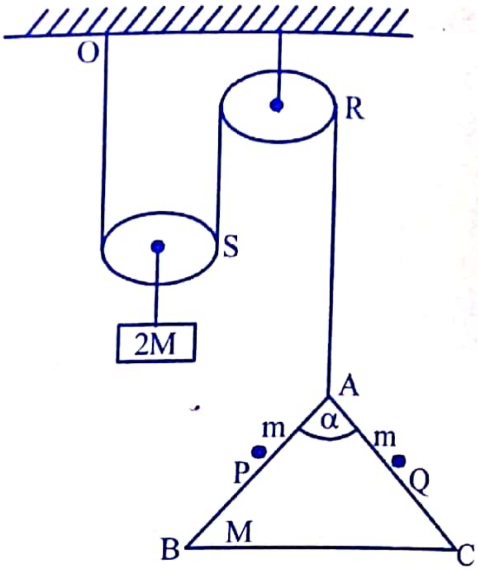
කුඤ්ඤය තිරස් තලය මත සවිකොට ඇත්නම් $k > \sqrt{3}$ විට ස්කන්ධය m වූ අංශුව තලය ඉහළට චලිත වන බව පෙන්වන්න.

(53) සෝපානයක සුමට තිරස් පොළොව මත, තිරසට α කෝණයෙන් ආනත මුහුණතක් සහිත ස්කන්ධය M වන සුමට කුඤ්ඤයක් නිශ්චලව තබා ඇත. α ගෙන් ආනත මුහුණත මත ස්කන්ධය m වන අංශුවක් තබා එයට ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර තන්තුව කුඤ්ඤය මුදුනේ සවිකර ඇති සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් මතින් පන්නා, තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර කප්පිය හා සම මට්ටමේ සෝපාන බිත්තිය මත ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ තලය සිරස් වන අතර තන්තුව තදව පිහිටයි. (රූපය බලන්න.) සෝපානය $\frac{g}{2}$ ත්වරණයෙන් සිරස්ව පහළට චලිතය වීමට සලස්වන අතර කුඤ්ඤය හා අංශුවද සීරුවෙන් මුදා හැරේ. අනතුරුව ඇතිවන චලිතයේදී අංශුව කුඤ්ඤය සමග ස්පර්ශව පැවතීමට නම්, $m\cos^2\alpha - (M+2m)\cos\alpha + m < 0$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.



Scanned with CamScanner

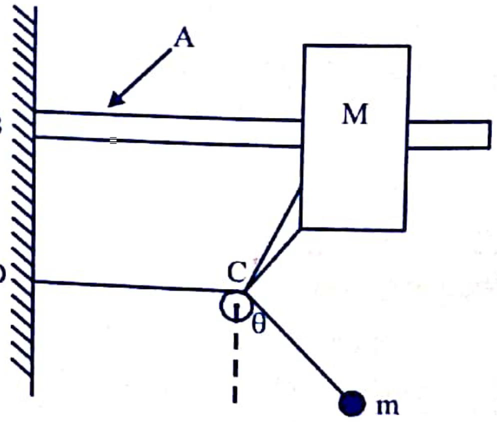
(54) රූප සටහනේ දැක්වෙන්නේ භාර සහ කප්පි පද්ධතියකි. ABC යනු අඩ සිරස් කෝණය α වන ස්කන්ධය M වන සෘජුවෘත්ත කේතුවකි. එය R අචල සුමට කප්පියක් උඩින් ද S සචල සුමට සැහැල්ලු කප්පියක් යටින් ද යන තන්තුවකට ඈඳා තිබේ. S කප්පියෙන් ස්කන්ධය 2M වන අංශුවක් එල්ලා තිබේ. ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා තිබේ. තන්තුවේ කප්පි සමග ස්පර්ශ නොවන කොටස් සිරස්ය. එකක ස්කන්ධය M වන P, Q අංශු දෙකක් සමමිතික ලෙස කේතුවේ සුමට පෘෂ්ඨ මත තබයි.



ත්වරණයෙන්, $\dfrac{2g(1-\cos 2\alpha)}{5-2\cos 2\alpha}$ කේතුව පහළ බසින බව පෙන්වන්න.

(55) $\hat{A} = 60^0$, $\hat{B} = 30^0$ වූ ABC ත්‍රිකෝණයක හැඩය ගත් ස්කන්ධය M වූ සුමට කම්බියක් සිරස් තලයක චලනය වීමට නිදහස්ය. ඉහළින් පිහිටි AB පාදයට තිරස් රේඛාවක පිහිටි සුමට අචල මුදු ඔස්සේ සර්පණය විය හැක. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා m' (> m) වූ පබළු දෙකක් AC හා BC පාද ඔස්සේ සර්පණය වීමට නිදහස්ය. ආරම්භයේ දී පබළු පිළිවෙලින් A හා C ලක්ෂ්‍යවල ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරින ලද විට, කම්බියේ ත්වරණය $\dfrac{\sqrt{3}(m'-m)g}{4M+3m+m'}$ බව පෙන්වන්න.

(56) ස්කන්ධය M වන ට්‍රොලියක් B නම් ලක්ෂ්‍යයකදී බිත්තියකට දෘඪ ලෙස සවිකර ඇති A නම් සුමට තිරස් පීල්ලක් දිගේ සර්පණය වේ. C සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් ට්‍රොලියට සම්බන්ධ කර ඇති අතර එයට උඩින් අවිතන්‍ය තන්තුවක් වැටී ඇත. බිත්තියේ පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයකට තන්තුවේ එක් කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇත්තේ D සිට C දක්වා තන්තුවේ කොටස තිරස් වන පරිදිය. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වන අංශුවක් අමුණා ඇත. තන්තුව බුරුල් නොවන පරිදි පද්ධතිය අල්ලා සිට සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ.



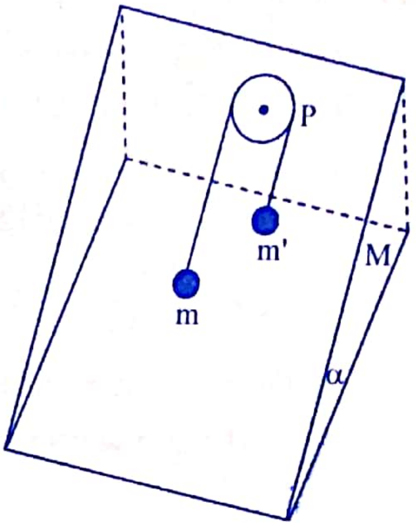
ඇතිවන චලිතයේදී කප්පියත් අංශුවත් අතර ඇති තන්තු කොටස් සිරස සමඟ θ සුළු කෝණයක් සාදයි නම්, $\dfrac{\sin\theta}{(1-\sin\theta)^2} = \dfrac{m}{M}$ බව පෙන්වන්න.

තවද තන්තුවේ ආතතිය $(\sec\theta - \tan\theta)\, mg$ බව පෙන්වන්න. ට්‍රොලියත් පීල්ලත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(1962 A/L)

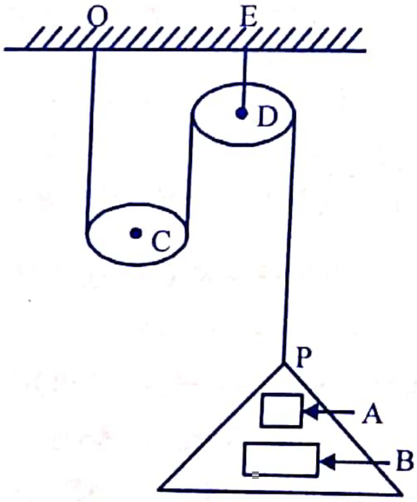
Scanned with CamScanner

(57) α ආනතියෙන් යුත් සුමට කූඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා තිබේ. දෙකෙළවර m, m' (m > m') ස්කන්ධ ඈඳූ $2l$ දිග ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කූඤ්ඤයේ ඉහළ ආනත මුහුණතින් නෙරා තිබෙන P සුමට කප්පිය වටා දමා ඇත. අංශු කූඤ්ඤයේ මුහුණත සමග ස්පර්ශව තිබේ. ආරම්භයේදී අංශු එකක් අනෙකට ආසන්නවද සුමට කප්පියේ සිට l දුරින් පිහිටන පරිදිද තබා තිබේ. තන්තුවේ එක් එක් කොටස නොබුරුල්ව ආනත මුහුණතේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවකද පිහිටා ඇත. බරින් අඩු m' අංශුව P කප්පිය වෙතට ඒමට පෙර කූඤ්ඤයේ ත්වරණය

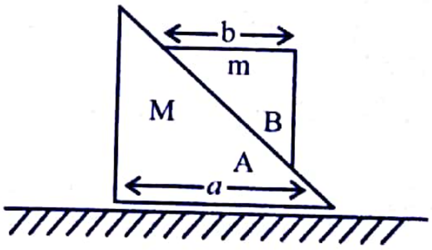


$$F = \frac{(m - m')^2 \, g \sin\alpha \cos\alpha}{(M + m')(M + m + m') - (m - m')\cos^2\alpha}$$ බව පෙන්වන්න.

(58) රූපයේ ආකාරයට සිවිලිමේ O ට සවිකල අවිතන්‍ය තන්තුව C සුමට ස්කන්ධය km වන කප්පිය වටා දමා අචල සුමට සැහැල්ලු D වටා දමා අනෙක් කෙළවර සැහැල්ලු තරාදි තැටිය සවිකර ඇත. තරාදි තැටියේ ස්කන්ධ m බැගින් වන A, B වස්තු තබා ඇත. පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදාහල විට තන්තුවේ ආතතිය හා අංශුවල ත්වරණ සොයන්න. $k > 4$ නම් තරාදිය ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න. A හා B අතර, B හා තරාදිය අතර ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. සිවිලිම මත සම්ප්‍රයුක්ත බලය ද ලබාගන්න.



(59) රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය M වූ A නම් සුමට කූඤ්ඤයක ආනත මූණත මත ස්කන්ධය m වූ වෙනත් B නම් කූඤ්ඤයක් තබා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ තබා සීරුවෙන් මුදාහැරිය විට, B කූඤ්ඤය A හි පාමුලට පැමිණෙන විට එය තිරස් තලය දිගේ ගමන් කර ඇති දුර $\frac{M(a - b)}{M + m}$ බව පෙන්වන්න.



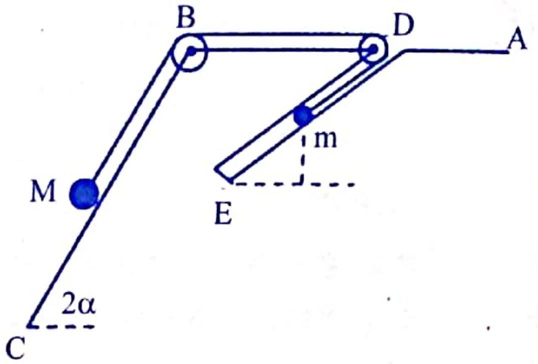
(60) AC මූණත සුමට තිරස් තලයක් මත ගැටෙන සේ තබා ඇති සැහැල්ලු ABC ත්‍රිකෝණාකාර සුමට කූඤ්ඤයක $BAC = 30^0$ හා $ACB = 90^0$ කි. එක් අංශුවක් AB මත ද, අනෙක් අංශුව BC මත ද වනසේ කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂ ලෙස චලනය විය හැකි අයුරු එක් එක්හි ස්කන්ධය m වූ අංශු දෙකක් B හි සවිකොට ඇති සුමට කුඩා කප්පියක් මතින් දමා ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කොට තිබේ. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා ලූ පසු කූඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{\sqrt{3}g}{13}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

(61) තිරසට 2α ආනත සුමට තලය Mkg මත අංශුව තබා එයට ඈඳූ අවිතන්‍ය තන්තුව සුමට B, D කප්පිය මතින් ගොස් DE උමග තුළ m ට ඈඳා ඇත. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදාහැර ඇත. අංශුවල ත්වරණයන් සොයා චලිතය පැවතීමට අවශ්‍යතාව

$\alpha < \cos^{-1}\left(\frac{m}{2M}\right)$ බව පෙන්වන්න. $BC = 2a$ නම්

ද $DE = a$ ද නම් m අංශුව E සිට D ට පැමිණෙන විට, M ගේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

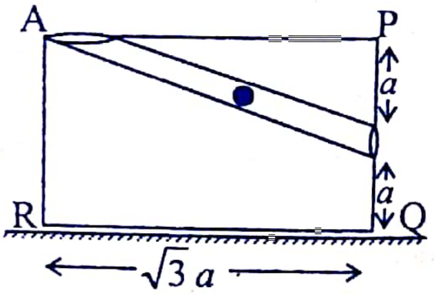


(62) කේන්ද්‍රීය හරස්කඩ C හිදී සෘජුකෝණීය වූ ABC ත්‍රිකෝණයක් වන සුමට කූඤ්ඤයක් AB අයත් මූණත සුමට තිරස් තලයක පිහිටන සේ නිසලතාවයෙන් පවතී. නිසලතාවයෙන් නිදහස් කරනු ලබන අංශුවක් CA හිදී මුළු දිග සර්පණය කිරීමට t_1 කාලයක් ගනී. CB සඳහා අනුරූප කාලය t_2 ය. කූඤ්ඤයේ ස්කන්ධය අංශුවේ ස්කන්ධය මෙන් n ගුණයක් නම්,

$$\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{n + \sin^2 A}{n + \cos^2 A} \quad \cos^2 A$$ බව පෙන්වන්න.

කූඤ්ඤය අචලව තිබෙන විට, $\frac{T_2}{T_1} = \tan A$ බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි T_1 හා T_1 පිළිවෙලින් CA හා CB දිගේ පහතට සර්පණය වීමට අංශුව ගන්නා කාලයන් වේ.

(63) සුමට හරස්කඩ APQR සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන ලී කොටයක් රූපයේ ඇත. ස්කන්ධය M වේ. $PQ = \sqrt{3}\,a$ හා $PB = BQ = a$ වේ. AB සුමට කුඩා උමග තුළ ස්කන්ධය අංශුව චලිතවීමට නිදහස් වේ. $M = 2m$ නම්, B වලින් අංශුව උමගෙන් ඉවත්වන වේගය සොයන්න. එවිට කූඤ්ඤයේ වේගයද ලබාගන්න. m පොළොවේ වදින ප්‍රවේගය ද සොයන්න.

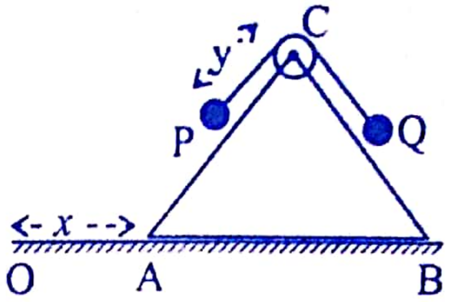


G

(64) ස්කන්ධය M වූ සුමට කූඤ්ඤයක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. ආරම්භයේ දී, එහි තිරසට ආනතිය α වූ තලය මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සීරුවෙන් තබනු ලැබේ. ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිතයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව v ප්‍රවේගයක් අංශුව ලබාගන්නා විට කූඤ්ඤයේ ප්‍රවේගය, $\frac{mv\cos\alpha}{M + m}$ බව පෙන්වන්න.

මෙම මොහොතේදී, කූඤ්ඤයට සවිකර ඇති අප්‍රත්‍යාස්ථ බාධකයක ගැටී, අංශුව, කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි නම්, කූඤ්ඤයේ ප්‍රවේගයත් මේසය මත ආවේගයත් සොයන්න.

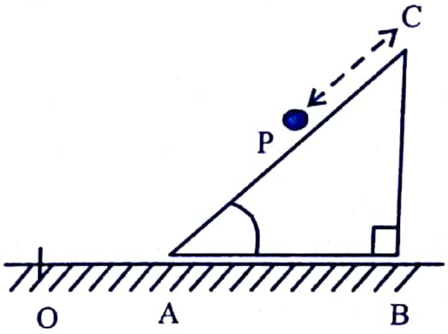
(65) ABC සුමට කුඤ්ඤයක හරස්කඩකි. $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$, වේ. $B\hat{A}C = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ වේ. ස්කන්ධ 5mkg වේ. කුඤ්ඤය සුමට තිරස් තලය මත ඇත. ස්කන්ධ mkg බැගින් වන P, Q අංශු රූපයේ පරිදි කුඤ්ඤයේ තල මත තබා අවිතන්‍ය තන්තුවෙන් ඈඳා ඇත. O තලය මත අචල ලක්ෂ්‍යයකි. t කාලයේ දී $OA = x$ වේ. $PC = y$ වේ.



(i) $\dot{y} = 5\dot{x}$

(ii) $25\dot{x}^2 + 10\dot{y}^2 - 14\dot{x}\dot{y} - 2gy$ නියතයක් බව පෙන්වන්න. එනයින් කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{g}{43}$ බව පෙන්වන්න. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{30mg}{43}$ බව ද පෙන්වන්න.

(66) කුඤ්ඤයක සිරස් හරස්කඩ ABC වේ. ස්කන්ධය Mkg වේ. $BAC = \alpha$ වේ. කුඤ්ඤය සුමට තිරස් තලය මත ඇත. AC තලයද සුමට වේ. AC මත ස්කන්ධ 2Mkg වන P අංශුව ඇත. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදා හැර ඇත. t කාලයේ දී $OA = x$ හා $CP = y$ වේ.



(i) $3\dot{x} = 2\dot{y}\cos\alpha$

(ii) $2\dot{x}^2 + 2\dot{y}^2 - 4\dot{x}\dot{y}\cos\alpha - 4gy\sin\alpha =$ නියතයක් බව පෙන්වන්න. කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{g\sin 2\alpha}{(2-\cos\alpha)}$ බව පෙන්වන්න.

(67) රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය සහ යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරන්න. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ස්කන්ධය M සහ ආනතිය α වූ සුමට කුඤ්ඤක ආනත තලය දිගේ පහළට සර්පණය වන අතර කුඤ්ඤයට සුමට තිරස් මේසයක් මත චලනය වීමට නිදහස ඇත. ආරම්භයේ දී පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ පවතී. කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ v වේගය,

$$V^2 = \frac{2(M+m)g\,x\sin\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වීමට ඉහත සංස්ථිති නියම යොදන්න.

මෙහි x යනු කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුව චලනය වී ඇති දුරයි. ඒ නයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණය සොයා ආරම්භක නිශ්චල පිහිටීමේ සිට කුඤ්ඤය ගමන් කර ඇති දුර $\frac{mx\cos\alpha}{M+m}$ බව පෙන්වන්න. *(1999A/L)*

Scanned with CamScanner